АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА 1980

Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 78 *1980* *Вып. 1*

КОЛЛЕКТИВНЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

А. А. Борзых, Г. П Черепанов

Из уравнений Максвелла выводится закон взаимодействия зарядов, движущихся в среде со сверхсветовой скоростью (обобщение закона Кулона). Показано, что одноименный заряд, находящийся в следе другого заряда, притягивается к нему. На основе полученного закона взаимодействия рассматриваются пучки электронов большой энергии, движущихся в среде со сверхсветовой скоростью Найден эффект самоуплотнения пучка, обусловленный электромагнитным взаимодействием релятивистских электронов. На одномерной модели получены простые оценки характерных времен и необходимых для существования эффекта начальной плотности и энергии электронов в пучке

В мощных электронных пучках с энергией порядка 1 МэВ и выше скорости частиц близки к световым и могут превышать скорости света в сплошных средах, (например, в диэлектриках). Представляет интерес определение закона взаимодействия зарядов, движущихся в среде со сверхсветовой скоростью (обобщение закона Кулона).

В данной работе, используя решение задачи о поле движущегося с постоянной скоростью электрона, рассматривается взаимодействие сверхсветовых зарядов с внешним полем. Полученный результат используется для изучения коллективного взаимодействия сверхсветовых электронов в пучке. Потерями энергии электронов при прохождении через вещество пренебрегается, так как потери каждого электрона — малые одного порядка и не влияют на их взаимное расположение. Такая постановка справедлива для времен, меньших, чем время существования направленного пучка сверхсветовых электронов в среде, однако позволяет получить простые оценки.

1. Задача об электроне, движущемся в сплошной среде

Асимптотическое представление стационарного электромагнитного поля электрона $e<0$, движущегося в среде со скоростью $V>a$ вдоль оси z, в собственной системе отсчета (связанной с электроном) согласно [1, 2] имеет вид

$$E_z=\frac{-2eN^2z}{\varepsilon(z^2-N^2r^2)^{3/2}},\qquad E_i=\frac{2eN^4x_i}{\varepsilon(z^2-N^2r^2)^{3/2}},\tag{1.1}$$

$$r^2=x^2+y^2,\qquad x_i=x,\ y;$$

$$H_i=\frac{2eVN^2x_{i-1}(1-a^2/c^2)}{(1-V^2/c^2)(z^2-N^2r^2)^{3/2}},\qquad H_z=0,\tag{1.2}$$

$$x_{i-1}=y,\ -x,\qquad N^2=\frac{V^2/a^2-1}{1-V^2/c^2}=\frac{\mu\varepsilon V^2/c^2-1}{1-V^2/c^2}>0,$$

где E_i, H_i — компоненты электромагнитного поля, μ и ε — относительная магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, $a=c(\mu\varepsilon)^{-1/2}$ — скорость света в среде Решения (1 1) и (1 2) определены в конусе Маха сверхсветового электрона $z^2-N^2r^2>0$, $z<0$, вне его собственное поле электрона отсутствует

При стационарном движении сверхсветового электрона в среде ($a<V<<c$) диссипацию энергии можно представить двумя слагаемыми диссипацией энергии во внешнем электромагнитном поле Γ_0 и потерями на фронте собственного поля электрона Γ_V (излучение Вавилова — Черенкова) Для всех частиц пучка потери Γ_V будут одного порядка и, как показано Таммом и Франком, пренебрежимо малы по сравнению с тормозными потерями [3] Диссипация энергии средой Γ_V определяет поле в малой окрестности фронта Поэтому взаимное расположение электронов в пучке будет определяться асимптотикой поля (решения (1 1), (1 2)), а влиянием Γ_V можно пренебречь

Методом инвариантных интегралов (так же как это было сделано для досветовых скоростей [4]) в случае сверхсветового движения электрона во внешнем поле $\mathbf{E}_0=\{E_{0j}\}$ $\mathbf{H}_0=\{H_{0j}\}$ из (1 1), (1 2) можно получить

$$\Gamma_{0j}=eE_{0j}, \quad j=x,\ y,\ z \tag{1 3}$$

Здесь Γ_{0j} — необратимая работа внешнего поля при перемещении особой точки (электрона) на единицу длины вдоль оси x_j Если во внешнем поле $\mathbf{H}_0=0$, то Γ_{0j} есть компоненты силы, действующей на заряд

Заметим, что внешнее поле $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$ рассматривается в собственной системе координат, связанной с движущимся релятивистским электроном

2. Коллективные взаимодействия

Пусть в следе (конусе Маха) передового электрона e_0, движущегося в среде со сверхсветовой скоростью $V>a$, находится другой электрон e_1 Для e_1 внешним полем будет поле (1 1), (1 2) электрона e_0 Легко видеть, что всегда имеет место эффект притяжения e_1 к передовому электрону $\Gamma_{0z}=$ $=e_1E_{0z}>0$

Отметим, что e_1 взаимодействует с отстающим полем электрона e_0, поэтому обратное действие e_1 на e_0 отсутствует

Одномерная система Рассмотрим поведение систем релятивистских электронов в среде Ограничимся моделью одномерной полубесконечной цепочки электронов, находящихся в начальный момент на одинаковом расстоянии b друг от друга, для которой может быть получено простое аналитическое решение

В одномерной системе будут действовать только силы, направленные вдоль оси цепочки, обозначим через f_{mn} силу, действующую на m электрон цепочки со стороны n электрона ($n<m$) Результирующая всех сил, действующих на m электрон, имеет вид

$$F_m=\sum_{n=0}^{m-1} f_{mn} \tag{2 1}$$

Согласно (1 1), (1 3), (2 1), в начальный момент состояния системы получим

$$F_m(b)=\frac{2e^2N^2}{\varepsilon b^2}\sum_{n=0}^{m-1}(n+1)^{-2}$$

Известно [5], что

$$1\leqslant\sum_{n=0}^{m-1}(n+1)^{-2}<\frac{\pi^2}{6},$$

следовательно,

$$F_1(b) \leqslant F_m(b) < \pi^2 F_1(b)/6 \qquad (2\,2)$$

Как видно из (2 2), при любом m силы $F_m(b)$ мало отличаются от $F_1(b)$ Поэтому простую оценку параметров поведения одномерной системы можно получить, рассматривая движение одного электрона e_1 в поле e_0

Движение заряда в поле сверхсветового электрона в среде Для произвольного расстояния $-b<z<0$ из (1 1), (1 3), (2 1) получим (обобщение закона Кулона для сверхсветовых скоростей)

$$F_1(z) = 2e^2N^2/\varepsilon z^2 \qquad (2.3)$$

Ограничимся случаем малых относительных скоростей частиц С учетом (2 3) релятивистское дифференциальное уравнение движения электрона e_1 в движущейся системе отсчета имеет вид [6]

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{2e^2(V^2/a^2-1)}{\varepsilon m_0(1-\beta^2)z^2}, \qquad \beta = \frac{V}{c} \qquad (2\,4)$$

Решая уравнение (2 4) с начальными условиями $z=-b$ и $dz/dt=0$ при $t=$ $=0$, получим

$$tK = [-bz(z+b)] + b \arcsin[(z+b)/b],$$
$$K = 4e^2(\beta^2-\varepsilon^{-1})/m_0(1-\beta^2) \qquad (2\,5)$$

Оценим характерное время τ, за которое e_1 сблизится с e_0 (образуется плотная система двух электронов, в которой определяющими станут квантовые взаимодействия, не учитываемые моделью сплошной среды), полагая $z=0$ в (2 5),

$$\tau = \pi b/2K \qquad (2\,6)$$

Отметим, что величины b, t и τ рассматриваются в собственной системе координат, движущейся с электроном Переходя к лабораторной системе $b'=b(1-\beta^2)^{1/2}$, $t'=t(1-\beta^2)^{-1/2}$, из (2 6) получим

$$(\tau')^2 = \frac{\pi^2 m_0 (b')^3}{16e^2(1-\beta^2)^{1/2}(\beta^2-\varepsilon^{-1})} \qquad (2\,7)$$

Как видно из (2 7), эффект сближения наиболее существен в ограниченном диапазоне энергий (скоростей) частиц, для которых τ' малы Другими словами, скорости V должны быть значительно больше a, но не слишком близки к c, когда сказывается релятивистское сокращение масштаба При $\beta_m{}^2=(3+2\varepsilon)/5\varepsilon$ время τ' принимает минимальное значение

$$\tau_m' = \varkappa(1-\varepsilon^{-1})^{-5/4}(b')^{3/2}, \qquad \varkappa = \frac{5^{5/4}\pi m_0}{2^{5/2}3^{3/4}|e|}, \qquad (2\,8)$$

где для пучка электронов $\varkappa=6{,}437\ 10^{-5}$ $см^{-1}$ сек Например, для $b'=10^{-4}$ см (таков порядок расстояний в импульсных электронных пучках) получим $\tau_m' \sim 10^{\ 10}$ сек

Электронные пучки Как показано на простой модели, в релятивистских электронных пучках в среде имеется механизм внутренней организации таких систем (самоуплотнения) Так как время T, для которого справедлива постановка задачи, мало, то действие этого механизма может проявляться только для пучков большой интенсивности (малых b') Необходимые значения плотности частиц в начальном пучке можно оценить

$$n \sim (b')^{\ 3} > \varkappa^2(1-\varepsilon^{-1})^{-5/2}T^{\ 2} \qquad (2\,9)$$

Величина T есть время существования направленного пучка сверхсветовых электронов в среде и определяется действием двух факторов торможением электронов до скорости света в среде и потерями на возбуждение и ионизацию связанных электронов вещества Для высоких энергий ($\beta \gg \beta_m$) более точная оценка критической плотности может быть получена из соотношения (2 7)

Учет пространственного распределения электронов в пучке показывает, что действующие внутри системы силы перестают быть направленными по оси движения — имеются силы, направленные к границам конуса Маха Однако последнее имеет место лишь вблизи передового электрона (краевой эффект), в дальней зоне эти силы уравновешиваются действием других сверхсветовых электронов Кроме того, на электроны, расположенные не на оси движения передового электрона, будет действовать также сила Лоренца, зависящая от относительной скорости движения

Отметим, что рассмотренный механизм релятивистской группировки электронов в пучке в принципе справедлив для любых заряженных частиц одного знака при соответствующих энергиях Аналогичное явление с очень малыми характерными временами существования может быть связано с полями, возникающими при переходном излучении заряженных релятивистских частиц в любых (недиэлектрических) средах [7]

Поступила в редакцию
26 февраля 1979 г

Литература

[1] Б М Будак, А А Самарский, А Н. Тихонов Сборник задач по математической физике, «Наука», 1972 стр 579
[2] Б М Яворский, А А Детлаф Справочник по физике «Наука», 1971, стр 529
[3] И Е Тамм Собрание научных трудов, 1, «Наука», 1975, стр 99
[4] Г П Черепанов ПММ, 41, 399 1977
[5] Г Б Двайт Таблицы интегралов и другие математические формулы, «Наука», 1977, стр 16
[6] Л Д Ландау, Е М Лифшиц Теория поля, «Наука» 1973, § 9
[7] В Г Левич Курс теоретической физики, 1, «Наука», 1969 гл 5, § 39

COLLECTIVE RELATIVISTIC INTERACTIONS IN ELECTRON BEAMS

A A Borzykh, G P Cherepanov

The law of interaction between charges moving in a medium with velocities exceeding that of light (an extension of the Coulomb law) is derived from the Maxwell equations It is shown that a charge in the track of a like charge is attracted to the latter High energy electron beams moving in a medium with faster than light velocities are considered on the basis of the interaction law obtained. A self-compression effect due to electromagnetic interaction between relativistic electrons is found Some simple estimates of the characteristic times and of the initial electron density and energy required for the existence of the effect are obtained for a one dimensional model